0 666053 330008

66-60-53-33

(124.17)

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 6

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников Ломоносов
наменование олимпиады

по математике
профиль олимпиады

Анфолова Егора Дмитриевича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата

«29» марта 2026 года

Подпись участника

Ау

66-60-53-33 (124,17)

Чистовик

№1

$$\sqrt{6\cdot\left(1-\frac{\cos^2x}{\sin^2x}\right)}=4\cos x$$

$$\Updownarrow$$

$$\begin{cases}6\cdot\left(1-\frac{\cos^2x}{\sin^2x}\right)=16\cos^2x\\ \cos x\geq 0\end{cases}$$

$$\Updownarrow$$

$$1)\ \begin{cases}6\cdot(\sin^2x-\cos^2x)=16\cos^2x\cdot\sin^2x\\ \sin x\neq 0\\ \cos x\geq 0\end{cases}$$

1) $6\cdot(-\cos 2x)=4\cdot(2\sin x\cos x)^2$

$-\overset{3}{\cancel{6}}\cos 2x=\overset{2}{\cancel{4}}\cdot\sin^2 2x$

$-3\cos 2x=2\cdot(1-\cos^2 2x)$

$2\cos^2 2x-3\cos 2x-2=0$

$\cos 2x=t:\ 2t^2-3t-2=0$

$D=3^2+4\cdot2\cdot2=25=5^2$

$$\left[\begin{array}{l}t=\frac{3-5}{2\cdot2}=-\frac{2}{4}=-\frac{1}{2}\\ t=\frac{3+5}{2\cdot2}=\frac{8}{4}=2\end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l}\cos 2x=-\frac{1}{2}\\ \cos 2x=2\ \varnothing\end{array}\right.$$

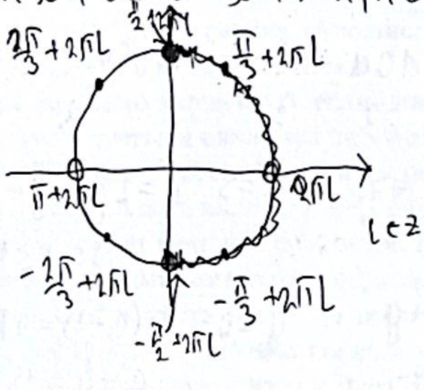
$2x=\pm\frac{2\pi}{3}+2\pi k,\ k\in Z$

$x=\pm\frac{\pi}{3}+\pi k,\ k\in Z$

Решим систему уравн. и нерав. на тригонометр. круге

$\cos x\geq 0$ => знач. $x\in$ I и IV четв.

$\sin x\neq 0$ => $x\neq\pi n,\ n\in Z$



Отметим реш. уравн. 1 на тригон. круге

на круге видно, что этой системе удовл. только реш.

$x=\pm\frac{\pi}{3}+2\pi l,\ l\in Z$

Ответ: $x=\pm\frac{\pi}{3}+2\pi l,\ l\in Z$

чистовик

№2

$N = 100a + 10b + c$ где $1 \le a \le 9$, $0 \le b, c \le 9$; a, b, c – целые

Тогда сумма цифр равна $a+b+c$

$$\frac{100a+10b+c}{a+b+c} = 9k, \text{ где } k \in \mathbb{N}$$

~~$9k-1 \Rightarrow 9k+1 \not\vdots\, 3$ ... не дел.~~

$100a + 10b + c = 9k(a+b+c)$

$99a + 9b = (9k-1)\cdot(a+b+c)$

$9(11a+b) = (9k-1)\cdot(a+b+c)$

$9k-1$ неим. общ. множ. с числом 9, т.к. имеет ост. 8 при дел. на 9 который не дел. на 3 – ед. прост. дел. числа 9

$a+b+c = 9l$, $l \in \mathbb{N}$

$11a + b = (9k-1)\cdot l$

$$\left.\begin{array}{l} a+b+c \ge 1+0+0 = 1 \\ a+b+c \le 9+9+9 = 27 \end{array}\right| \Rightarrow \quad l \in \mathbb{N} \Rightarrow a+b+c \,\vdots\, 9$$

$1 \le 9l \le 27 \Big| \Rightarrow 1 \le l \le 3$

$l = 3$: ~~$11a+b$~~ $a+b+c = 27$

$$\left.\begin{array}{l} a+b+c=27 \\ a,b,c \le 9 \Rightarrow a+b+c \le 9\cdot 3 = 27 \end{array}\right| \Rightarrow a=b=c=9$$

$\Rightarrow$ это число $= 999$

$$\frac{999}{9+9+9} = \frac{27\cdot 37}{27} = 37 \not\vdots\, 9 \Big| \Rightarrow \text{не подходит.}$$

$l = 2$
$$\begin{cases} 11a + b = 2\cdot(9k-1) \\ a+b+c = 18 \end{cases}$$

$10a + 18 - c = 2\cdot(9k-1)$

$\vdots 2 \quad \vdots 2 \quad \vdots 2$

$\Rightarrow c \,\vdots\, 2 \Rightarrow c = 2g$, $g \in \mathbb{N} \cup \{0\}$

$0 \le g \le 4$

$$\begin{cases} 5a + 9 - g = 9k - 1 \\ a + b + 2g = 18 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5a + 10 = 9k + g \\ \cancel{a+b+2g=18} \end{cases}$$

$a + b = 2(9-g)$

$g = 0$: $5(a+2) = 9k$

$a + b = 18$

$$\left.\begin{array}{l} a+2 \,\vdots\, 9 \\ 1 \le a \le 9 \end{array}\right| \Rightarrow a = 7 \quad b = 18 - 7 = 11 > 9 \times$$

$g = 1$: $5a = 9(k-1)$

$$\left.\begin{array}{l} a \,\vdots\, 9 \\ 1 \le a \le 9 \end{array}\right| \Rightarrow a = 9$$

$\Rightarrow b = 18 - 2g - a = 18 - 2 - 9 = 7 \Rightarrow$ число $= 974$ $\quad \frac{974}{9+7+4} = \frac{974}{20}$ ~~$\frac{81\cdot 11}{183}$~~ $= 54 \,\vdots\, 9$ ✓

Подписывать лист-вкладыш запрещается! Писать на полях листа-вкладыша запрещается!

№2 (продолжение) черновик

$g=2:$ $\begin{cases} 5a+10=9K+2 \\ a+b=14 \end{cases}$ $5a=9K-8$ $5\cdot(a+1)=3\cdot(3K-1)$

$a+1 \vdots 3$

провер. $a=5$ $5\cdot 6=3\cdot(3K-1)$ $11=3K$ ✗ $1\le a\le 9$

число может быть равно 594 или 864

=> в этом случ. невозм.

$\left[\begin{array}{l} a=2 \Rightarrow b=12>9 ✗ \\ a=5 \Rightarrow b=9 ✓ \\ a=8 \Rightarrow b=6 ✓ \end{array}\right.$

$\frac{594}{5+9+4}=\frac{594}{18}$ => $a=8$ $5\cdot 9=3\cdot(3K-1)$ $3K=16$ ✗

$5a=9K-7$ $5\cdot(a+2)=3\cdot(3K-1)$

$g=3:$ $\begin{cases} 5a+10=9K+3 \\ a+b=12 \end{cases}$ $a+2 \vdots 3$ => $1\le a\le 9$

$\left[\begin{array}{l} a=1 \quad b=11 ✗ \\ a=4 \quad b=8 \quad 5\cdot 4=3\cdot(3K-1) \quad 3K=11 ✗ \\ a=7 \quad b=5 \end{array}\right.$

$g=2:$ $\begin{cases} 5a+10=9K+2 \\ a+b=14 \end{cases}$

$5a+8=9K$

$5a-10=9K-18$ $1\le a\le 9 \Rightarrow a=2$

$5(a-2)=9(K-2)$ $b=12$ ✗

$\vdots 9$

$g=3$ $\begin{cases} 5a+10=9K+3 \\ a+b=12 \end{cases}$

$5a=9K-7$ $1\le a\le 9$

$5\cdot(a-5)=9\cdot(K-2)$ $\vdots 9$ => $a=5$ => $b=7$

~~594 одно из чис.~~

576

$5\cdot(a-4)=9\cdot(K-3)$

$\vdots 9$ $1\le a\le 9 \Rightarrow a=4$

$\Rightarrow b=8$

число одно из них = 486

$g=4$ $\begin{cases} 5a+10=9k+4 \\ a+b=10 \end{cases}$ $5a=9K-6$ $1\le a\le 9$

$5\cdot(a-6)=9\cdot(K-4)$ => $a=6$

$\vdots 9$ $b=4$

=> одно из чисел = 648

$b\in[0;9]$

$L=1:$ $\begin{cases} a+b+c=9 \\ 11a+b=9K-1 \end{cases}$

$b=0:$ $11a=9K-1$

~~$11\cdot(a-5)=9\cdot(K-6)$~~

$\vdots 9$ $a\in[1;9]$

~~одно из чисел = 504−9.~~

=> одно из чисел = 405

$11\cdot(a+5)=9\cdot(K+6)$ => $a=4$ $c=4$

$b=1$ $11a=9K-2$ $\left.\begin{array}{l} 1\le a\le 9 \\ a+5 \vdots 9 \end{array}\right\} \Rightarrow a=4$

$c=5$

$11\cdot(a-8)=9\cdot(K-10)$ одно из чисел = 810

$\vdots 9$ $\Rightarrow a=8$

$\Rightarrow c=9-8-1=0$

~~b=2~~ № 2 продолж. чистовик

$b=2$: $11a = 9k-3$

$11\cdot(a-3) = 9\cdot(k-4)$

$\vdots 9$

$\Rightarrow a=3$

$c = 9-3-2=4$ одно из чисел $= 342$

$b=3$ $11a = 9k-4$

$11\cdot(a-7) = 9\cdot(k-9)$

$\vdots 9$

$a=7$

$\Rightarrow c = 10-3-7=-1$ X

$b=4$: $11\cdot a = 9k-5$

$11\cdot(a-2) = 9\cdot(k-3)$

$\vdots 9$

$a=2 \Rightarrow c = 9-4-\cancel{2} = 3$

одно из чисел $= 243$

$b=5$ $11\cdot a = 9k-6$

$11\cdot(a-6) = 9\cdot(k-8)$

$\vdots 9$

$a=6$ $c=9-5-6=-2$ X

$b=6$: $11a = 9k-7$

$11\cdot(a-1) = 9\cdot(k-2)$

$\vdots 9$

$a=1$
$b=6$ $\Big| \Rightarrow c=9-1-6=2$

$b=7$: ~~$a+b+c=9$~~ $a+c=2$

$a=2$: $c=0$ $\frac{170}{9} = 30{,}9$

$a=1$: $c=1$ $\frac{171}{9} = \frac{9\cdot 19}{9} = 19 \vdots 9$ X

$b=8$: $a+b+c=9$

$a+c=1$

≥ 1 ≥ 0

$a=1$
$c=0$ $\Big| \Rightarrow$ число $= 180$

$\frac{180}{9} = 20$ не подх.

$\Rightarrow$ подойдут числа

: 972, 486, 648, 405, 810, 342, 243

1053

243 + 810 + 972

~~Отве~~ $= 2025$

Ответ: 243, 342, 405, 486, 648, 810, 972

и сумма 1, 6, и посл. = 2025

2

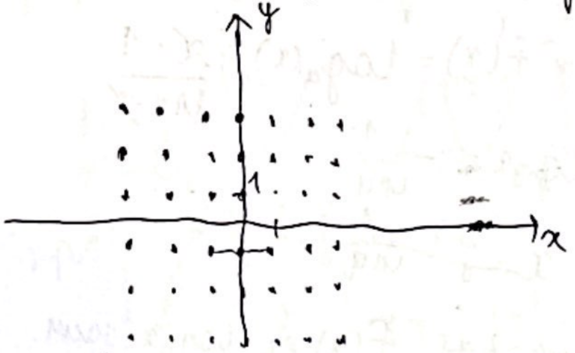
№3

если катеты || осям по двум осям $\Rightarrow$ ~~это~~ плоскость, где прямоуг. Δ || ~~осям~~ плоскостям образов. этими двумя ось. , таких плоскостей $3-(-3)+1 = 7$

$\Rightarrow$ умножим ответ на семь при подсчёте в одн. плоск. и плоскостей образ осями 3 $\Rightarrow$ ответ умнож. ещё раз

№3 (продолж.) чистовик

Рассмотрим плоскость Oxy, где $|x|, |y| \le 3$, $x, y \in \mathbb{Z}$



~~чтоб~~ рассмотр. полож. отрезка || ox. он может прин. только 7 прям проход. через точки с цел. коорд. => ~~...~~ умнож. ответ на 7 и рассмотр. произв. прям из 7, на кот. лежит отрезок. чтобы надо задать отр., надо выбрать 2 точки из => всего спос. $= C_7^2 = \frac{7\cdot 6}{2} = 21$

, чтобы выбрать ост. вершину, ~~...~~ она должна леж. на прям || осу Oy и проход. через вер. отрезка заданого ранее, на каждой прямой из 2 (т.к. две верш отр.), всего $7-1 = 6$ спос.

=> всего спос. выбрать ост. верш. $= 6\cdot 2 = 12$ спос.

=> всего способов задать прямоуг. треуг. в области F =

$7\cdot 3\cdot C_7^2\cdot 2\cdot 6 = 7\cdot 3\cdot \frac{7\cdot 6}{\cancel{2}}\cdot \cancel{2}\cdot 6 = 21\cdot 36\cdot 7 = 147\cdot 36$

5400

$=(150-3)\cdot 36 = 300\cdot 18 - 108 = 5292$ способа

Ответ: 5292.

№8

~~$y = \sin k\pi x$ $k \in \{11; 13; 15\}$~~

$3x^2\cdot\log_a x - \log_x a - 2x \le 0$

ОДЗ.
$\begin{cases} a>0;\ a \\ a\ne 1 \\ x>0 \\ x\ne 1 \end{cases}$

$\log_a x\cdot\log_x a = 1$

$\log_x a\cdot(3x^2\cdot\log_a^2 x - 2x\cdot\log_a x - 1)\le 0$

$((3x^2\cdot\log_a x)^2 - 3x\cdot\log_a x + x\log_a x - 1)\cdot\log_x a \le 0$

$\log_x(a)\cdot(x\cdot\log_a x - 1)\cdot(3x\cdot\log_a x + 1)\le 0$

№8 (продолж.) листовик

$(x-1)\cdot(a-1)\cdot(x\cdot\log_a x - 1)\cdot(x\cdot\log_a x+\frac{1}{3})\le 0$

$a>1$: $f(x)=x\cdot\log_a x$; $f'(x)=\log_a(x)+\frac{\cancel{x}\cdot 1}{\ln a\cdot\cancel{x}}$

$f'(x)=\log_a x+\frac{1}{\ln a}$ $\qquad \log_a x=-\frac{1}{\ln a}$

$x=a^{-\frac{1}{\ln a}}$

$-$ $\quad$ $+$

$0 \quad a^{-\frac{1}{\ln a}} \quad x$ => ~~уравн~~ $f(x)=x\cdot\log_a x$ дост.

мин. знач. в точке $x=a^{-\frac{1}{\ln a}}$, если $a>1$

$\underset{>0}{x}\cdot\log_a x=1$ => $\log_a x>0$ => $x>1$, но это уравн.

имеет ед. корен. т.к. $x\cdot\log_a x$ явл. возр. при $x>1$

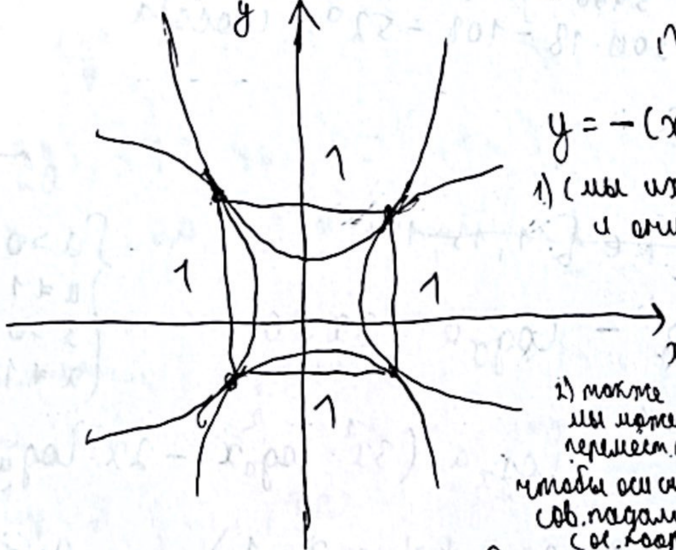
=> $x\cdot\log_a x \vee 1$ <=> $x-x_0$, где $x_0>1$

~~$x\log_a x+\frac{1}{3}$~~ уравн. $x\cdot\log_a x+\frac{1}{3}=0$ им. реш. $x<1$

№5 $\qquad$, т.к. $x>1$ $\qquad \underbrace{x\cdot\log_a x}_{>0}+\frac{1}{3}>\frac{1}{3}-0>\frac{1}{3}$ X

Если данные параболы состыковали => если построить графики этих парабол, то они должны касаться. построим график $y=cx^2+d$ и $x=cy^2+d$, где $d>0$, $c>0$

$y=-cx^2-d$ и $x=-cy^2-d$



1) (мы их можем построить и они будут равнос. нашему услов., т.к. графики по услов. образ., симметр. квад. (след. друг четырехуг.

2) также мы можем переместить так, чтобы оси сим. сов. падали с ос. коорд.

образ. верш. пересеч. - квадрат)

Рассмотр. две соседн параболы $y=cx^2+d$, $x=cy^2+d$ => ~~этих~~ но при этом одни их граф. кас.

=> ~~они~~ граф. парабол будут симметр. отн. нач. коорд. => мы можем так, чтобы ось их оси сим. паралл!!

№5 (продолж.)

чистовик

~~найдём общ. точку пересеч. этих парабол:~~

$y = cx^2 + d$ $\quad y - x = cx^2 - cy^2$ $\quad$ с учетом того, что графики кас. => можно

$x = cy^2 + d$ $\quad y - x = c \cdot (x+y)$

провести общую кас.

$y = cx^2 + d \qquad (x_0; \ cx_0^2 + d)$

$y' = 2cx \qquad y'(x_0) = 2cx_0$

$y = \cancel{2c \cdot x} \ 2 \cdot cx_0 \cdot x + b \qquad (x_0; \ cx_0^2 + d)$

$cx_0^2 + d = 2cx_0 \cdot x_0 + b$ $\quad$ => уравн. кас. к $y = cx^2 + d$

$b = d - cx_0^2$ $\qquad y = 2cx_0 \cdot x_0 + d - cx_0^2$

$y = 2cx_0 \cdot x + d - cx_0^2$

для $x = cy^2 + d$

~~$x = 2cx_0 \cdot y + d - cx_0^2$~~

Рассмотр. общ. реш. парабол.

$y = cx^2 + d \qquad x, y > 0$

$x = cy^2 + d$, т.к.

$\underset{\geq 0}{cx^2} + \underset{>0}{d} = \underset{>0}{y}$

$\underset{\geq 0}{cy^2} + \underset{>0}{d} = x > 0$

$y - x = c(x-y) \cdot (x+y)$

$x = y$ или $\underset{>0}{c} \cdot \underset{>0}{(x+y)} = -1 \ \varnothing$

=> ед. реш. если $x = y$ при этом им. ед. реш.

=> урав. $x = cx^2 + d$ им. ед. реш.

$cx^2 - x + d = 0 \qquad D = 1^2 - 4 \cdot cd = 0$

$cd = \dfrac{1}{4}$

$x = \dfrac{1}{2c} \qquad (cx)^2 - cx + \frac{1}{4} = 0$

$y = \dfrac{1}{2c} \qquad (cx - \frac{1}{2})^2 = 0$

~~расстояние между точками по которым пересек. параб.~~

~~найд. =>~~ ~~точки перес.~~ ~~$y = -cx^2 - d$~~

$x = -cy^2 - d$ $\quad$ будут. сим. $x = cy^2 + d$ $\quad$ => точка перес. будет иметь коорд. $(-\frac{1}{2c}; \frac{1}{2c})$

$y = cx^2 + d$ $\quad$ отн. оси Oy

чистовик №5 (продолж.)

$\Rightarrow$ расстояние между этими точками $= \frac{1}{2c} - \left(-\frac{1}{2c}\right) = \frac{1}{c}$ (т.к. им. один. ордин.)

$\frac{1}{c} = 1 \Rightarrow c = 1 \Rightarrow d = \frac{\frac{1}{4}}{c} = \frac{1}{4}$ = ~~x расст. между верш. парабол по сим. отн. одной из осей = 1~~

это будет. рад. впис. окр., т.к. если брать больше рад., то уравн. окр. $x^2+y^2=R^2$, где $R > \frac{1}{4}$ будет им. реш. $(0;R)$, которая будет выше $y = cx^2+d = x^2+\frac{1}{4}$, т.к. $y = R > \frac{1}{4} = d \Rightarrow$ больше рад. быть не может, а $d=\frac{1}{4}$ им. ед. реш. с кажд. параб.

~~$y = cx^2$~~ $y = x^2 + \frac{1}{4} \geq \frac{1}{4}$ Аналог. с ост. параб.

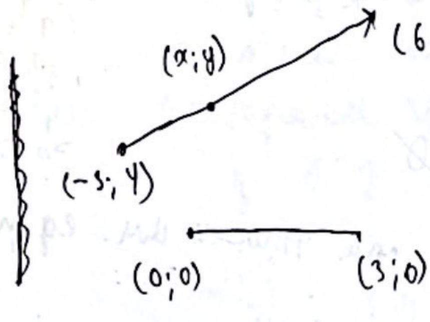
$x^2+y^2 = \left(\frac{1}{4}\right)^2 \Rightarrow y = \frac{1}{4}; x = 0$

$\geq \left(\frac{1}{4}\right)^2$

Ответ: $\frac{1}{4}$

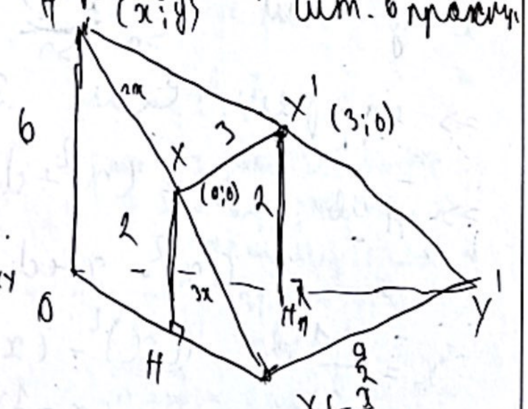
N 6

Рассмотр. фигуру, образ. тенью от забора



пусть: ~~Если~~ Коорд. свет. $(x;y)$

рассмотр. шт. в простр.



$\triangle XHY \sim \triangle OHY$, т.к. $\angle Y$ - общ. $\angle OHY = \angle HXY$ соотв.

$\Rightarrow \frac{XY}{HY} = \frac{XH}{HO} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{HY}{XY} = 2$

$\Rightarrow$ если жук имеет коорд. $(x;y)$, то коорд. его тени от X $= \left(-\frac{x}{2}; -\frac{y}{2}\right)$ Аналог: $\frac{HX'}{X'Y'} = -2 \Rightarrow$ ~~все~~ орд. тени точки $Y' = -\frac{y}{2}$

$XX' \parallel YY'$ $\frac{HX}{XY} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{XX'}{YY'} \Rightarrow YY' = \frac{3}{2} \cdot XX' = \frac{9}{2}$

№6 (продолж.) чистовик

$3 = XX' = HH'$, т.к.

HY, $H'Y'$ - ~~прое~~ одинм. перпенд. к плоск. $\Rightarrow$ фигура образ. тенью от забора

это трапеция им. коорд. $H(0;0)$; $H'(3;0)$

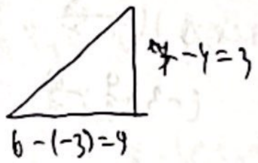
т.к. расст. от HH_1 до YY' ~~пост. и~~ пост. и равно $\left|\frac{y}{2}\right|$

$Y\left(-\frac{x}{2}; -\frac{y}{2}\right)$ $Y'\left(-\frac{x}{2}+\frac{9}{2}; -\frac{y}{2}\right)$

$x, y \in$ прям. проход. через $(-3;4)$ и $(6;7)$

x, y прин. прям. знач. между коор. отрезков.

$y = kx + b$ $(-3;4)$ $(6;7$

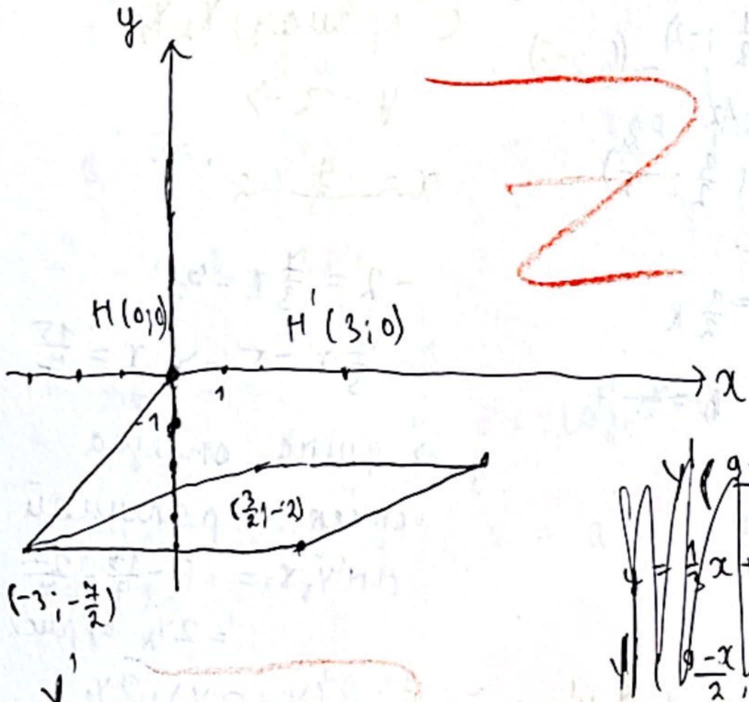


$\Rightarrow k = \frac{1}{3}$ $y = \frac{1}{3}x + b$

$y = \frac{1}{3}\cdot(-3) + b$ $b = 5$ $y = \frac{1}{3}x + 5$

$x \in [-3;6]$

Построим измен. каждой коорд. с x и y



$Y\left(-\frac{x}{2}; -\frac{\left(\frac{1}{3}x+5\right)}{2}\right)$

$Y\left(-\frac{x}{2}; -\frac{1}{3}\cdot\left(\frac{x}{2}\right)-\frac{5}{2}\right)$ $x\in[-3;6]$

$-\frac{x}{2} = t$

$\Rightarrow t \in \left[-3; \frac{3}{2}\right]$

~~$Y'\left(\frac{9-x}{2}; -\frac{y}{2}\right)$~~

~~$y = \frac{1}{3}x + 5$~~

~~$Y'\left(\frac{9-x}{2}; -\frac{1}{3}\cdot\frac{x}{2}-\frac{5}{2}\right)$~~ $Y \in$ уравн.

Y' имела ту же ордин. что и Y а её абсцисса была всегда больше Y' на $\frac{9}{2}$

$Y\left(t; \frac{1}{3}t - \frac{5}{2}\right)$

$y = \frac{1}{3}x - \frac{5}{2}$

$t = \frac{3}{2}$ $y = \frac{1}{2} - \frac{5}{2} = -2$

$t = -3$ $y = -1 - \frac{5}{2} = -\frac{7}{2}$

$\Rightarrow$

$\Rightarrow$ построим из полож. Y' в разн. время

№6 (продолжение) чистовик

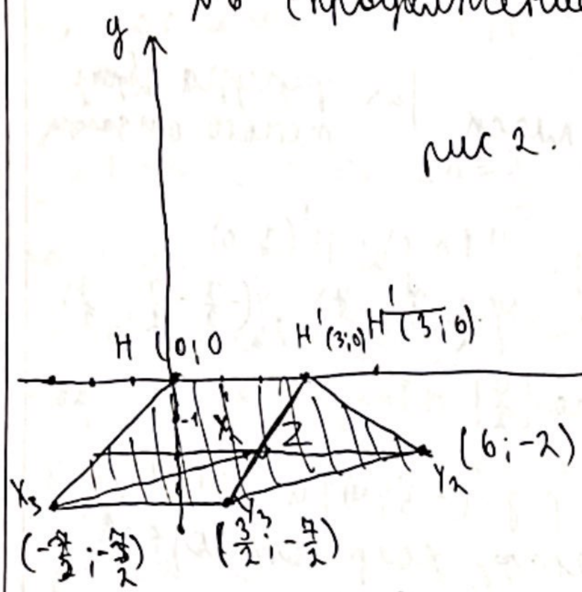


рис 2.

при переносе прям. $y=a$ $y\in[0;-\frac{7}{2}]$ мы получим фигуру, площадь которой изобр. на рис. 2

=> Y_3 им. коорд. ~~(1;3)~~ $(-3+\frac{9}{2};-\frac{7}{2})$

$=(\frac{3}{2};-\frac{7}{2})$

X_2 имеет коорд. $(\frac{3}{2};-2)$

=> Y_2 им. коор. $(\frac{3}{2}+\frac{9}{2};-2)=(6;-2)$

находим уравн. [illegible]

$y=kx+b$: $(3;0)$ и $(\frac{3}{2};-\frac{7}{2})$

$0=3k+b$ $\qquad \frac{7}{2}\cancel{k}=\frac{3}{2}k$

$-\frac{7}{2}=\frac{3}{2}k+b$ $\qquad k=\frac{7}{3}$ $\quad b=\cancel{7}-7$

$y=\frac{7}{3}x-7$

$S=S_{HH'Y_3X_3}+S_{H'Y_2Y_3}$

для $S_{HH'Y_3X_3}=\rho(HH';X_3Y_3)\cdot\frac{HH'+Y_3X_3}{2}$

$=(0-(-\frac{7}{2}))\cdot\frac{3+\frac{9}{2}}{2}=\frac{7}{2}\cdot\frac{15}{4}$

$=\frac{105}{8}$

найдем пересеч. $H'Y_3$ с прямой X_2Y_2

$y=-2$ =>

~~$x=\frac{7}{3}\cdot(-2$~~

$-2=\frac{7}{3}x-7$

$\frac{7}{3}x=5$ => $x=\frac{15}{7}$

=> длина отрезка отсек. трапецией $HH'Y_3X_3=6-\frac{15}{7}=\frac{27}{7}$

$=2Y_2$ из рис 2

$S_{\cancel{H'2Y_2}}$ $\quad S_{H'Y_2Y_3}$

$=S_{H'2Y_2}+S_{H'2Y_3}=\frac{1}{2}\cdot\rho(Y_3;2Y_2)\cdot 2Y_2$

$+\frac{1}{2}\cdot\rho(H';2Y_2)\cdot 2Y_2$

$=\frac{1}{2}\cdot 2Y_2\cdot(\rho(Y_3;2Y_2)+\rho(Y_2;2Y_2))$

$=\frac{1}{2}\cdot\frac{27}{7}\cdot(2+\frac{3}{2})=\frac{1}{2}\cdot\frac{27}{\cancel{7}}\cdot\frac{\cancel{7}}{2}=\frac{27}{4}=\frac{54}{8}$ => $S=S_{HH'Y_3X_3}+S_{H'Y_2Y_3}$

$=\frac{54}{8}+\frac{105}{8}=\frac{159}{8}$ $\quad$ Ответ: $\frac{159}{8}$

№8 (продолж.) чистовик.

но уравн. может иметь два корня, если это так, $x_2 < x_3 < 1 < x_0$

$+ \quad - \quad + \quad - \quad +$

$x_2 \quad x_3 \quad 1 \quad x_0 \quad x$

=> реш. явл. два интервала

$(x-x_2)(x-1)(x-x_3)(x-x_0)$

=> $x_2 = x_3$

=> $x \cdot \log_a x + \frac{1}{3} \geq 0$

$\left(x \cdot \log_a x + \frac{1}{3}\right) \cdot \left(x \cdot \log_a x - 1\right) \cdot (x-1) \leq 0$

$+ \quad + \quad - \quad +$

$x_3 \quad 1 \quad x_0$

$x_3 < 1$

$x \in \{x_3\} \cup (1; x_0]$

=> подойдёт

$x = a^{-\frac{1}{\ln a}}$ явл. реш. $x \cdot \log_a x + \frac{1}{3} = 0$

$$a^{-\frac{1}{\ln a}} \cdot \log_a a^{-\frac{1}{\ln a}} = -\frac{1}{3}$$

$$a^{-\frac{1}{\ln a}} = \frac{\ln a}{3} \qquad \frac{1}{e} = \frac{\ln a}{3} \quad \Big| \Rightarrow a = e^{\frac{3}{e}}$$

$$a^{-\log_a e} = \frac{\ln a}{3}$$

~~если $a<1$~~ $a < 1$:

$(x-1) \cdot (x \cdot \log_a x - 1) \cdot \left(x \cdot \log_a x + \frac{1}{3}\right) \geq 0$

$f'(x) = \log_a x + \frac{1}{\ln a}$ $\qquad x = a^{-\frac{1}{\ln a}}$

$+ \quad -$

$0 \quad a^{-\frac{1}{\ln a}} \quad x$

$f(x) = x \cdot \log_a x$

=> в точке $x = a^{-\frac{1}{\ln a}}$

достиг. макс. знач.

~~$x \cdot \log_a x - 1$~~ $x \cdot \log_a x + \frac{1}{3}$

им. корень ед. > 1

~~$x \cdot \log_a x - 1$~~

~~$x \cdot \log_a$ явл.~~

$x \geq 1$ $\quad \underbrace{x}_{>0} \cdot \underbrace{\log_a x}_{>0} + \frac{1}{3}$

$x = 1 \cdot \quad 0 + \frac{1}{3} = 0 \times \quad > \frac{1}{3} \neq 0$

не может не им. корней

=> при $x > 0$ > 0